



**XIII Wrocławski Konkurs Matematyczny dla uczniów klas I-III gimnazjów**

rok szkolny 2017/2018

**Etap III**

**Zadanie 1**

Wykaż, że w trójkącie prostokątnym suma długości przyprostokątnych jest mniejsza od sumy długości przeciwprostokątnej i opuszczonej na nią wysokości.

**Zadanie 2**

Wewnątrz równoramiennego trójkąta prostokątnego o przeciwprostokątnej długości 1 znajduje się siedem kół, jak pokazano na rysunku poniżej:



Jakie jest łączne pole wszystkich kół?

**Zadanie 3**

Jacek i Marta upiekli bardzo dużą pizzę składającą się z 50 jednakowych kawałków w kształcie wycinka koła. Na pizzy rozłożyli oliwki w taki sposób, ze liczby oliwek na kolejnych kawałkach zgodnie z ruchem wskazówek zegara to 1, 2, 3, . . . , 50. Teraz chcą podzielić pizzę na dwie równe połówki jednym prostym cieciem pomiędzy kawałkami w taki sposób, aby na połówce Jacka znalazło się dwa razy więcej oliwek niż na połówce Marty. Znajdź łączną liczbę oliwek znajdujących się na czterech kawałkach przyległych do linii ciecia.

**Zadanie 4**

Naszkicuj wykres funkcji*f*(*x*)=|[*x* + 0,5]−*x*|, gdzie [*a*] oznacza część całkowitą liczby rzeczywistej *a*.

**Zadanie 5**

Wykaż, że jeśli *a* jest liczbą całkowitą niepodzielną przez 5, to liczba *a*4 – 1 jest podzielna przez 5.

**Zadanie 6**

Wykaż, że punkt przecięcia się wysokości trójkąta ostrokątnego jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt, którego wierzchołki są spodkami wysokości danego trójkąta.